

Problema 1. Fie $k \in \mathbb{N}^*$. Studiați convergența șirului $(a_n)_n$ dat de

$$a_n = n^k \left(1 - \frac{1}{\ln n}\right)^n.$$

Problema 2. Șirul de numere naturale $(x_n)_n$ este definit prin

$$x_0 = x_1 = 1, \quad x_{n+1} = 14x_n - x_{n-1}.$$

Demonstrați că pentru fiecare n numărul $2x_n - 1$ este pătrat perfect.

Problema 3. Există $a > 0$ și funcții $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel încât

$$|f(x) - f(y)| + |g(x) - g(y)| > a,$$

pentru orice $x, y \in \mathbb{R}, x \neq y$?